

## I. MMP ? (barème indicatif : 7 points)

Le programme suivant n'a pas été documenté, sa sémantique et son utilisation sont incertaines.

```
mmp ([ ], [ ], avecRetenué) .  
mmp ([0|A], [0|B], avecRetenué) :-  
    mmp (A, B, avecRetenué) .  
mmp ([0|A], [1|B], sansRetenué) :-  
    mmp (A, B, sansRetenué) .  
mmp ([1|A], [0|B], sansRetenué) :-  
    mmp (A, B, sansRetenué) .  
mmp ([1|A], [1|B], sansRetenué) :-  
    mmp (A, B, avecRetenué) .
```

**Q1 Exécution.** Quelles seront la/les réponses aux requêtes suivantes (les explications ne sont pas nécessaires) :

```
?- mmp ([0, 1], L, E) .  
?- mmp ([1, 1, 1], L, avecRetenué) .  
?- mmp (A, [1, 1], sansRetenué) .  
?- mmp ([A, B], [C, D], E) .
```

**Q2. Arbre d'exécution et terminaison.** Donner les (~10) premiers nœuds de l'arbre d'exécution de la requête suivante (les nœuds d'échec  $\perp$  comptent aussi) :

```
?- mmp (A, L, E) .
```

Cette requête termine-t-elle ? produit-elle des solutions ? si oui, lesquelles ?

## II. Syracuse (barème indicatif : 13 points)

« On appelle **suite de Syracuse** une [suite d'entiers naturels](#) définie de la manière suivante : on part d'un nombre entier plus grand que zéro ; s'il est pair, on le divise par 2 ; s'il est impair, on le multiplie par 3 et on ajoute 1. La **conjecture de Syracuse** est l'hypothèse selon laquelle la suite de Syracuse de n'importe quel entier strictement positif atteint 1. Après que le nombre 1 a été atteint, la suite des valeurs (1,4,2,1,4,2...) se répète indéfiniment en un cycle de longueur 3, appelé cycle trivial. [...] On définit l'**altitude maximale** : c'est la valeur maximale de la suite. Elle est de 160 pour la suite de Syracuse 15. (15  $\rightarrow$  46  $\rightarrow$  23  $\rightarrow$  70  $\rightarrow$  35  $\rightarrow$  106  $\rightarrow$  53  $\rightarrow$  160  $\rightarrow$  80  $\rightarrow$  40  $\rightarrow$  20  $\rightarrow$  10  $\rightarrow$  5  $\rightarrow$  16  $\rightarrow$  8  $\rightarrow$  4  $\rightarrow$  2  $\rightarrow$  1, puis répétition du cycle trivial 4, 2, 1.) » D'après l'article Conjecture de Syracuse de Wikipédia.

**Q1. Division par 2 avec reste en binaire.** Dans cette question et les questions Q2, Q3, Q4, Q5 suivantes, les entiers seront représentés en binaire par une liste de 0 et 1. Ex. 13 sera représenté par la liste [1,1,0,1]. Spécifiez et réalisez un prédicat qui effectue la division par 2 d'un nombre écrit en binaire, fournissant quotient et reste. Ex pour 1101 (13), on veut obtenir 110 (6) pour quotient et 1 pour reste.

*Rappel : en binaire, une division par 2 est un décalage à droite, i.e. une troncature, le bit de poids faible « perdu » correspondant au reste de la division.*

**Q2. Parité en binaire.** Spécifiez et réalisez un prédicat qui utilise le prédicat de la question 1 pour calculer la parité d'un nombre (ou spécifier et réaliser un prédicat spécifique). Ex pour 1101 (13), le résultat doit être « impair ».

*Pour la suite : l'opération  $*3+1$  va être décomposée en une opération  $*2+1$  et un somme ( $Z*3+1=Z+Z*2+1$ )*

**Q3.  $*2+1$  en binaire.** Spécifiez et réalisez un prédicat qui utilise le prédicat de la question 1 pour effectuer une opération  $*2+1$  (ou spécifier et réaliser un prédicat spécifique). Ex pour 1101 (13), le résultat doit être 11011 (27).

**Q4. Prochain terme de Syracuse en binaire.** Spécifiez et réalisez un prédicat qui fait le lien entre un terme et le terme suivant de la suite de Syracuse. Ex pour 1101 (13), le résultat doit être 101000 (40).

**Q5. Altitude maximale d'une suite de Syracuse en binaire.** Spécifiez et réalisez un prédicat qui donne l'altitude maximale d'une suite de Syracuse donnée par son premier terme. Ex pour 1101 (13), le résultat doit être 40.

**Q6. Division par 2 en décimal.** Dans cette question les entiers seront représentés en décimal par une liste de 0, 1, ..., 9. Ex. 13 sera représenté par la liste [1,3]. Spécifiez et réalisez un prédicat qui effectue la division par 2 d'un nombre écrit en décimal. Le reste de la division n'est pas demandé mais peut servir, à vous de voir si vous l'incluez dans vos calculs.